

Gibt es ein größte Zahl?

Intuitive kindliche Begriffskonstruktionen zu „unendlich“



„Unendlich ist meine
Lieblingszahl.
Weil in unendlich sind ja
alle Zahlen drin.“



Franziska Strübbe & Alena Witte



Gliederung

1. **Gedankenaustausch: Gibt es eine größte Zahl?**
2. Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik
3. Begabungsförderung im „Mathe für kleine Asse“-Projekt
 - 3.1 Mathematische Begabungen
 - 3.2 Das Projekt „Mathe für kleine Asse“
 - 3.3 Studie: Intuitive Begriffskonstruktionen
4. Praxisbeispiel
5. Fazit und Ausblick

Gedankenaustausch



Gibt es eine größte Zahl? Schreibe oder male.



Gliederung

1. Gedankenaustausch: Gibt es eine größte Zahl?
2. **Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik**
3. Begabungsförderung im „Mathe für kleine Asse“-Projekt
 - 3.1 Mathematische Begabungen
 - 3.2 Das Projekt „Mathe für kleine Asse“
 - 3.3 Studie: Intuitive Begriffskonstruktionen
4. Praxisbeispiel
5. Fazit und Ausblick

Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik

*„Das Unendliche hat wie keine andere Frage von jeher so tief das Gemüt der Menschen bewegt;
das Unendliche hat wie kaum eine andere Idee auf den Verstand so anregend und fruchtbar gewirkt;
das Unendliche ist aber wie kein anderer Begriff der Aufklärung bedürftig“ (Hilbert 1925)*

(zit. nach Beutelspacher 2015, S. 45)

Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik

„Hilberts Hotel“ (Hilbert 1862-1943)

- Ein Hotel hat unendlich viele Zimmer, die mit 1, 2, 3, ... durchnummeriert sind.
- Das Hotel ist ausgebucht, jedoch möchte noch ein Gast einziehen.
→ Der Gast aus Zimmer 1 zieht in Zimmer 2, der Gast aus Zimmer 2 in Zimmer 3 usw.. Dadurch wird das Zimmer 1 frei und alle Gäste kommen unter.
- Das Hotel ist ausgebucht, jedoch möchten noch 8 Gäste einziehen.
→ Der Gast aus Zimmer 1 zieht in Zimmer 9, der Gast aus Zimmer 2 in Zimmer 10 usw.. Dadurch wird das Zimmer 1 frei und alle Gäste kommen unter.
- Das Hotel ist ausgebucht, jedoch kommt ein Zug mit unendlich vielen Reisenden an, die einziehen möchten.
→ Der Gast aus Zimmer 1 zieht in Zimmer 2, der Gast aus Zimmer 2 in Zimmer 4, der Gast aus Zimmer 3 in Zimmer 6 usw. (die Zimmernummer wird verdoppelt). So werden alle Zimmer mit einer ungeraden Zimmernummer frei, die an die unendlich vielen Reisenden vergeben werden können.



Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik

- „Eine Menge M heißt abzählbar [unendlich], wenn sie dieselbe Mächtigkeit wie die Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ besitzt. Genauer, wenn eine Bijektion $f: M \rightarrow \mathbb{N}$ existiert. Andernfalls heißt die Menge überabzählbar [unendlich].“
- $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$ sowie die Primzahlen sind abzählbar unendlich; $\mathbb{R}$ ist überabzählbar unendlich. Das heißt, man findet keine Bijektion $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$.
- Mathematiker verwenden das Zeichen „ ∞ “ für „unendlich“. ∞ ist größer als jede „richtige“ Zahl. Es gilt $\infty + a = \infty$ (für positive a) und $\infty \cdot a = \infty$

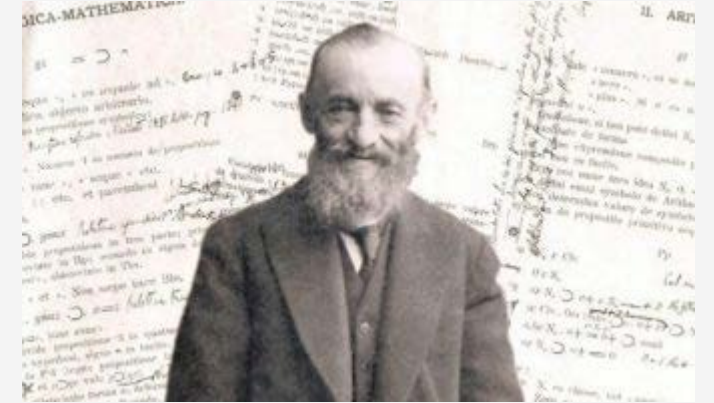
(Modler & Kreh 2014, S. 63f.; Behrends 2013, S. 211)

Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik

Giuseppe Peano 1889 formalisiert das „immer weiterzählen können“

Peano-Axiome:

1. Jede natürliche Zahl n hat genau einen Nachfolger. Zu jedem n existiert also ein $n+1$.
2. 1 ist die kleinste natürliche Zahl
3. Jede nichtleere Teilmenge der natürlichen Zahlen besitzt ein kleinstes Element.
4. Zwischen zwei natürlichen Zahlen liegen nur endlich viele weitere natürliche Zahlen.
5. Durch Abzählung, beginnend bei 1, durchläuft man in Einerschritten alle natürliche Zahlen.



(Beutelspacher 2016, S. 47; Modler & Kreh 2014, S. 63f)

Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik

Unendlichkeit von Primzahlen

- Schon die alten Griechen bewiesen etwa 300 v. Chr., dass die Folge der Primzahlen nicht abbricht und dass es beliebig große Lücken zwischen zwei aufeinander folgenden Primzahlen („Primzahlröcher“) gibt.
- Satz von Euklid: Es gibt unendlich viele Primzahlen.
- Beweis: Wir zeigen, dass es zu jeder beliebigen Menge von endlich vielen Primzahlen $p_1, p_2, \dots, p_n, n > 0$ eine weitere Primzahl konstruieren können. Dazu betrachten wir die Zahl $a = p_1 * p_2 * \dots * p_n + 1$. Da $a > 1$ gibt es nach dem Satz vom kleinsten Teiler eine Primzahl p mit $p|a$. Dieses p ist von $p_1, p_2, \dots, p_n$ verschieden, denn sonst würde folgen $p|p_1 * p_2 * \dots * p_n$ und $p|p_1 * p_2 * \dots * p_n + 1$ und damit $p|1$. Also haben wir eine neue Primzahl p gefunden.



(Benölken, Gorski & Müller-Philipp 2012, S. 89f.)

Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik

π als unendliche Zahl

- Die Ziffern brechen nie ab und die Ziffernfolge wird auch nie regelmäßig.
- Heute kennt man über 10 Billionen Stellen, obwohl für eine praktische Kreisberechnung 40 Stellen ausreichen würden.

[illegible]

(Beutelspacher 2015, S. 42)

Gliederung

1. Gedankenaustausch: Gibt es eine größte Zahl?
2. Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik
3. Begabungsförderung im „Mathe für kleine Asse“-Projekt
 - 3.1 **Mathematische Begabungen**
 - 3.2 Das Projekt „Mathe für kleine Asse“
 - 3.3 Studie: Intuitive Begriffskonstruktionen
4. Praxisbeispiel
5. Fazit und Ausblick

Grundpositionen der Mathematikdidaktik

- Der Themenkomplex „Begabung“ bzw. „Mathematische Begabung“ ist **hochkomplex** und lässt sich nur **interdisziplinär** erfassen.
- Mathematische Begabungen sind **bereichsspezifisch**. Das Wesen von Mathematik bestimmt diese Bereichsspezifik.
- Die Entwicklung einer jeglichen Begabung hat einen **dynamischen Charakter**.
- Eine Begabung kann sich umso **besser entfalten** kann, desto **früher** sie **erkannt und gefördert** wird.
- Es gibt nicht einen einheitlichen Begabungstyp, sondern viele **verschiedene Begabungs-
ausprägungen** mit zum Teil konträren Merkmalen.

(Käpnick 2016)

Merkmalsystem mathematischer Begabungen

Gibt es eine größte Zahl? - Intuitive kindliche Begriffskonstruktionen zu "unendlich"

System spezifischer Merkmale für die Erfassung von Dritt- und Viertkläßlern mit einer potentiellen mathematischen Begabung

I. Mathematikspezifische Begabungsmerkmale

- *Mathematische Sensibilität* (Gefühl für Zahlen und geometrische Figuren, für mathematische Operationen und andere strukturelle Zusammenhänge sowie für ästhetische Aspekte der Mathematik)
- *Originalität und Phantasie bei mathematischen Aktivitäten*
- *Gedächtnisfähigkeit für mathematische Sachverhalte*
- *Fähigkeit zum Strukturieren* (Erkennen und Bilden von Mustern bzw. Anordnungs- und Gliederungsprinzipien in vorgegebenen oder zu konstruierenden mathematischen Sachverhalten)
- *Fähigkeit zum Wechseln der Repräsentationsebenen*
- *Fähigkeit zur Reversibilität und zum Transfer*
- *Räumliches Vorstellungsvermögen*

II. Begabungsstützende allgemeine Persönlichkeitseigenschaften

- *Hohe geistige Aktivität*
- *Intellektuelle Neugier*
- *Anstrengungsbereitschaft, Leistungsmotivation*
- *Freude am Problemlösen*
- *Konzentrationsfähigkeit*
- *Beharrlichkeit*
- *Selbständigkeit*
- *Kooperationsfähigkeit*

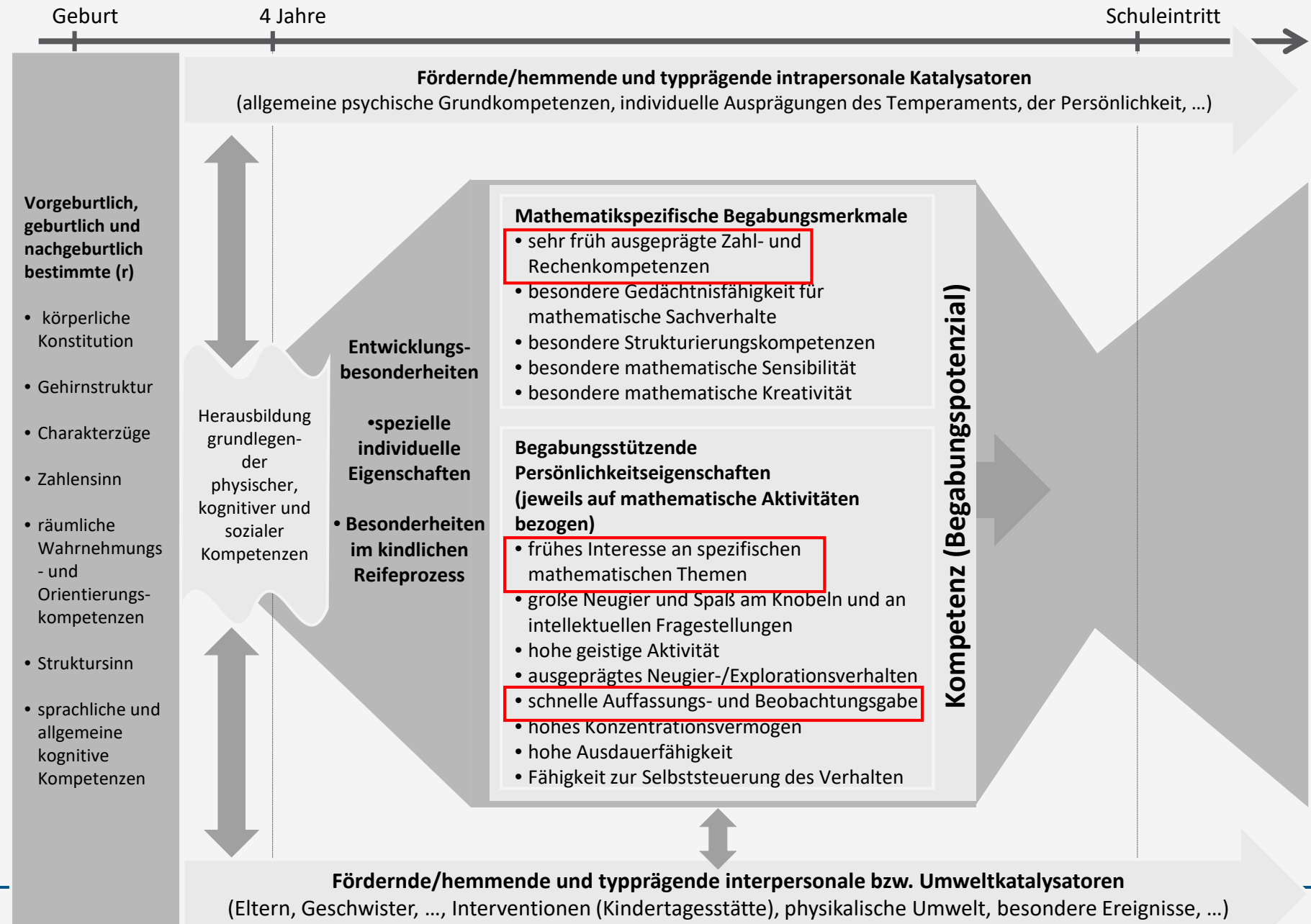
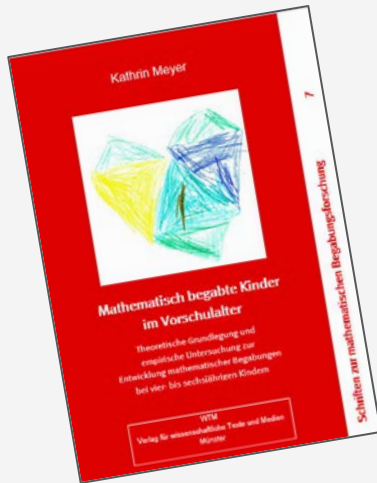
(Käpnick 1998)

**Modell mathematischer
Begabungsentwicklung
im Grundschulalter**
nach Fuchs & Käpnick
Fuchs (2006)



Modell mathematischer Begabungsentwicklung bei vier- bis sechsjährigen Kindern

nach Fuchs, Käpnick,
Meyer (2015)



Modell zur Entwicklung mathematischer Begabungen im 5. und 6. Schuljahr nach Sjuts (2017)



Vorgeburtlich, geburtlich und nachgeburtlich bestimmte (r)

- Körperliche Konstitution
- Gehirnstruktur
- Charakterzüge
- Zahlensinn
- Räumliche Wahrnehmung und Orientierungskompetenzen
- Struktursinn
- Sprachliche und allgemeine kognitive Potentiale
- ...

Fördernde / hemmende und typprägende intrapersonale Katalysatoren
(allgemeine physische, psychische, kognitive und persönlichkeitsprägende Grundkompetenzen, ...)

Entwicklung mathematischer Begabungen im Vor- und Grundschulalter

- Erstindikatoren
- mathematikspezifische Begabungsmerkmale
- begabungsstützende Persönlichkeitseigenschaften

Erwerb von Fachwissen, Strategien...

Vorschule:

Entwicklung des Zahlbegriffs, von rechnerischen und geometrischen Kompetenzen

Grundschule:

- allgemeine mathematische Kompetenzen
- inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Kompetenz (Begabungspotential)

Mathematikspezifische Begabungsmerkmale

- Speichern mathematischer Sachverhalte im Arbeitsgedächtnis unter Nutzung erkannter Strukturen

- Strukturieren auf der Musterebene
- Angeben von Strukturen
- Logisches Schlussfolgern

- Selbstständiges Wechseln der Repräsentationsebenen
- Selbstständiges Umkehren von Gedankengängen
- Mathematische Sensibilität
- Mathematische Phantasie

Begabungsstützende Persönlichkeitseigenschaften

Jeweils auf mathematische Aktivität bezogene

- Freude am Problemlösen
- Hohe geistige Aktivität
- Intellektuelle Neugier
- Anstrengungsbereitschaft
- Stabilisierung von Interessen
- Konzentrationsfähigkeit
- Selbstständigkeit

Performanz

Weit über dem Durchschnitt liegende mathematische Leistungsfähigkeit
(diagnostiziert durch spezielle Indikatortasken sowie durch komplexe prozessbegleitende Fallstudien,...)

Fördernde / hemmende und typprägende interpersonale bzw. Umweltkatalysatoren
(bedeutsame Personen (z.B. Peers, Lehrer, Familie), Interventionen (Schule), besondere Ereignisse, Zufälle,...)

Definition „Mathematische Begabung“

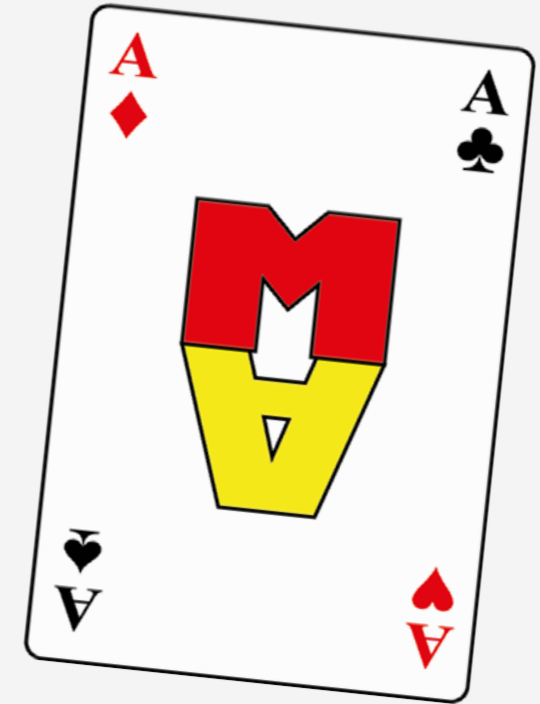
Unter einer **mathematischen Begabung** im Grundschulalter verstehen Fuchs und Käpnick entsprechend der Modellierung:

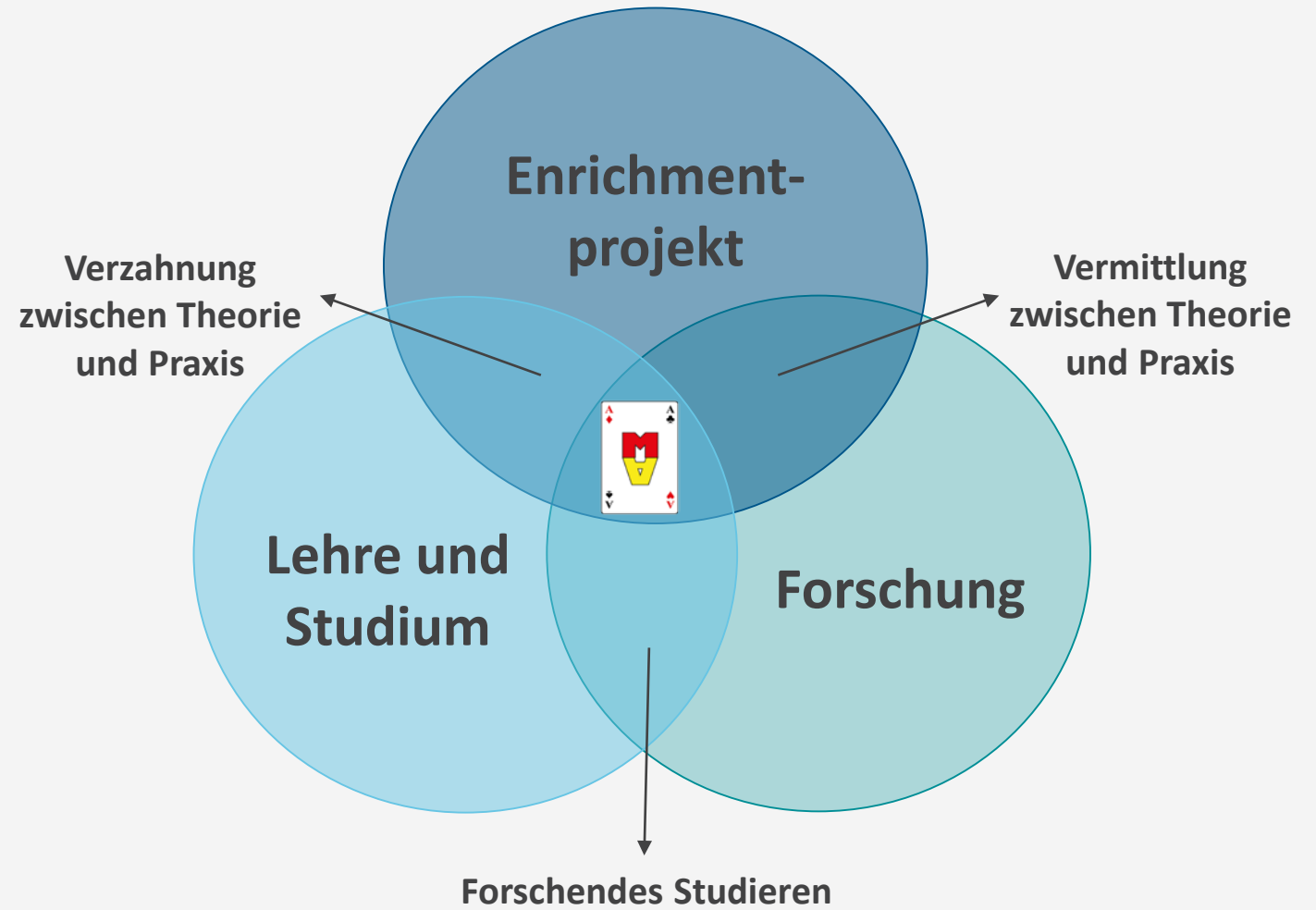
„ein sich dynamisch entwickelndes Potenzial. Dieses Potenzial weist bzgl. der von uns für wesentlich erachteten mathematikspezifischen Begabungsmerkmale ein weit über dem Durchschnitt liegendes Niveau auf und entwickelt sich in wechselseitigen Zusammenhängen mit begabungsstützenden bereichsspezifischen Persönlichkeitseigenschaften.“

(Fuchs, Käpnick 2009, S. 8)

Gliederung

1. Gedankenaustausch: Gibt es eine größte Zahl?
2. Zur Unendlichkeit in der Philosophie, Kunst, Mathematik
3. Begabungsförderung im „Mathe für kleine Asse“-Projekt
 - 3.1 Mathematische Begabungen
 - 3.2 **Das Projekt „Mathe für kleine Asse“**
 - 3.3 Studie: Intuitive Begriffskonstruktionen
4. Praxisbeispiel
5. Fazit und Ausblick

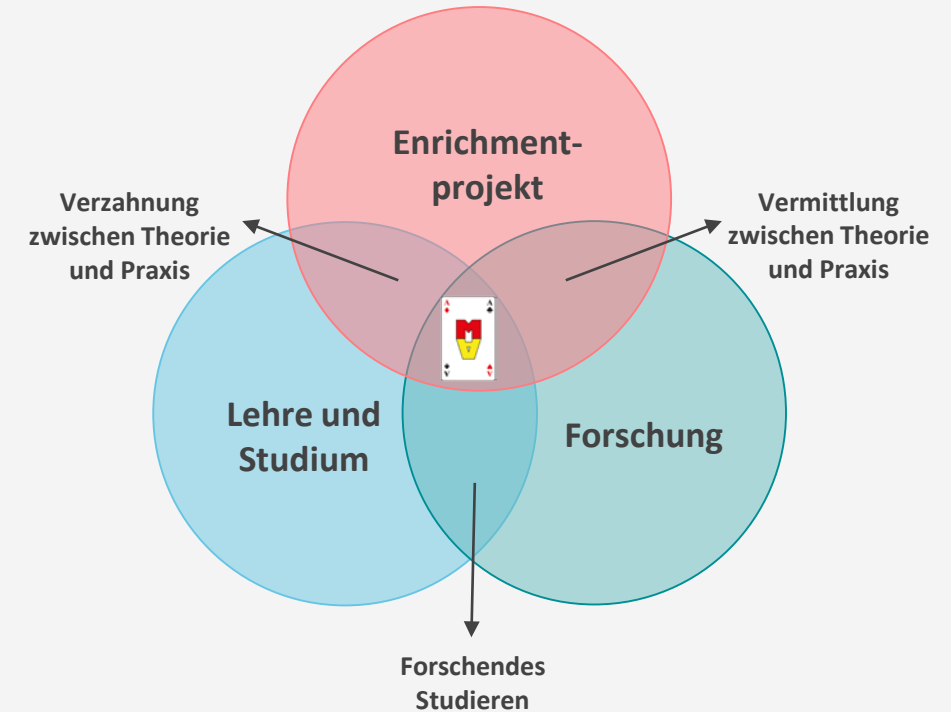




(Brüning 2018, S. 179)

Ziele des Projekts in Bezug auf die Kinder

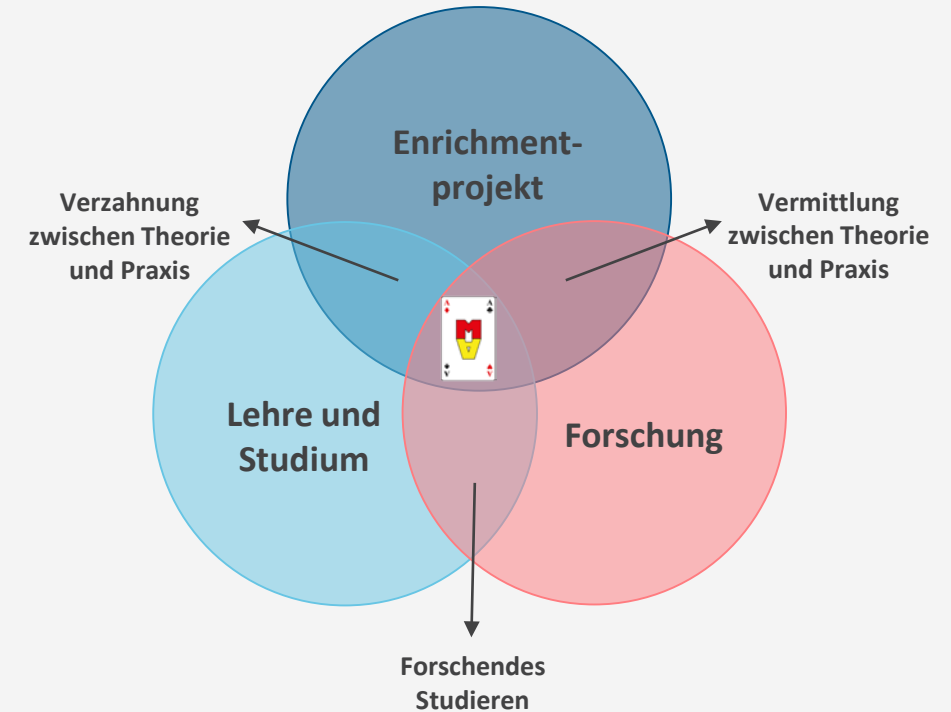
- Spaß und Freude der Kinder am Umgang mit Zahlen, Formen und Mustern erhalten und vergrößern
- Intellektuelle Neugierde wecken und Freude an problemlösendem Denken fördern
- Unterrichtsinhalte anreichern und vertiefen
- Adäquates Bild von Mathematik vermitteln
- Persönlichkeitsentwicklung der Kinder stärken



(Brüning 2018, S. 179)

Ziele aus Perspektive der Forschung

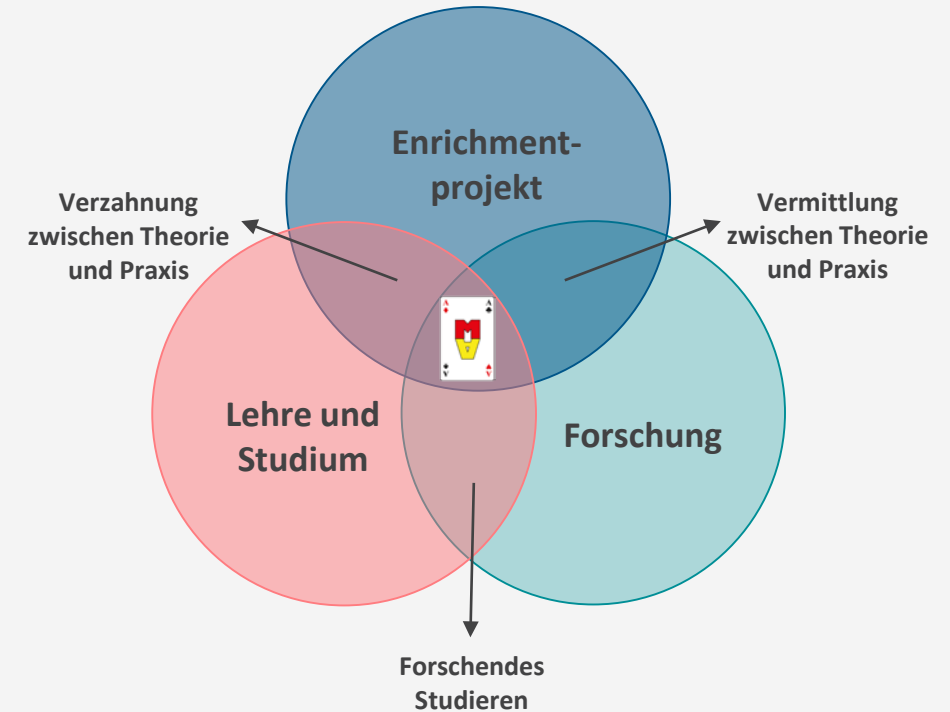
- Kennzeichnung, Entwicklung und Besonderheiten mathematischer Begabungen in unterschiedlichen Altersbereichen
- Professionalisierungsprozesse von Studierenden
- Entwicklung und Erprobung von Diagnoseinstrumenten und Aufgabenmaterialien



(Brüning 2018, S. 179)

Ziele aus Perspektive von Lehre und Studium

- Erwerb fachlicher Kompetenzen zum Themenkomplex „Mathematische Begabungen“
- Erfahren enger Verzahnungen von Theorie und Praxis
- Entwicklung einer wertschätzenden und potenzialorientierten pädagogischen Haltung
- Aktive Mitarbeit an wissenschaftlichen Projekten



(Brüning 2018, S. 171+179)

Organisationsformen des Projekts

KiTa

- 14-tägige Knobelstunden á 45 – 60 Minuten integriert in den Vormittag der Kita
- Bearbeiten von offenen Spiel- und Lernfeldern
- Knobeln an Stationen

Grundschule

- 14-tägige Knobelstunden á 60 Minuten (Kl. 1/2) bzw. 90 Minuten (Kl. 3/4)
- Bearbeiten komplexer math. Problemfelder
- Knobeln an Stationen
- Math. Exkursionen und Fachvorträge

Sekundarstufe I

- 14-tägige Knobelstunden á 90 Minuten
- Bearbeiten komplexer math. Problemfelder
- Math. Exkursionen und Fachvorträge
- Klassen 7 bis 9: Mentoring-Programm

Gliederung

1. Gedankenaustausch: Gibt es eine größte Zahl?
2. Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik
3. Begabungsförderung im „Mathe für kleine Asse“-Projekt
 - 3.1 Mathematische Begabungen
 - 3.2 Das Projekt „Mathe für kleine Asse“
 - 3.3 **Studie: Intuitive Begriffskonstruktionen**
4. Praxisbeispiel
5. Fazit und Ausblick



„Mit dem Unendlichen ist das so, da kannst du immer immer größer werden [...] aber du kannst auch immer immer kleiner werden.“
(Leon, 3. Klasse)

„Wenn ich bis unendlich zähle, bin ich irgendwann tot. Dann muss jemand anderes für mich weiterzählen.“
(Merle, KiTa)



„Unendlich ist eigentlich keine richtige Zahl. Es ist nur so, dass nach einer Zahl immer noch eine neue kommt.“
(Luca, 4. Klasse)



Intuitive Begriffskonstruktionen

Entwicklung intuitiver Theoriekonstrukte:

- Kinder eignen sich intuitive Alltagstheorien an, die sich oft von denen der Erwachsenen unterscheiden
- Allerdings theorieähnliche Organisation in zusammenhängenden Erklärungssystemen
- Erklärungsansatz: Lernen als individuell geprägter aktiv-konstruktiver Prozess, der von subjektiven Erfahrungsbereichen sowie von Gefühlen beeinflusst wird
- Kinder nehmen auf der Basis ihrer subjektiven Erfahrungen und ihres bisherigen Wissens Begriffskonstruktionen vor
- Bereits Vorschulkinder sind zum kausalen Denken fähig, es fehlt allerdings teilweise an bereichsspezifischem Wissen für korrekte Erklärungen, sodass sich auch fehlerhafte intuitive Theoriekonstrukte entwickeln.

(Käpnick 2014, S. 92f.)

Studie: Intuitive Begriffskonstruktionen



Gibt es eine größte Zahl? Schreibe oder male.

Beobachtungen beim Einsatz des Aufgabenmaterials zum Thema „Unendlich“ im Projekt „Mathe für kleine Asse“

Einsatz des Aufgabenmaterials in der Projektgruppe der DrittklässlerInnen
n = 10

Kategoriengeleitete Auswertung von Eigenproduktionen und Aussagen der Kinder

Kontrollgruppe
n = 34

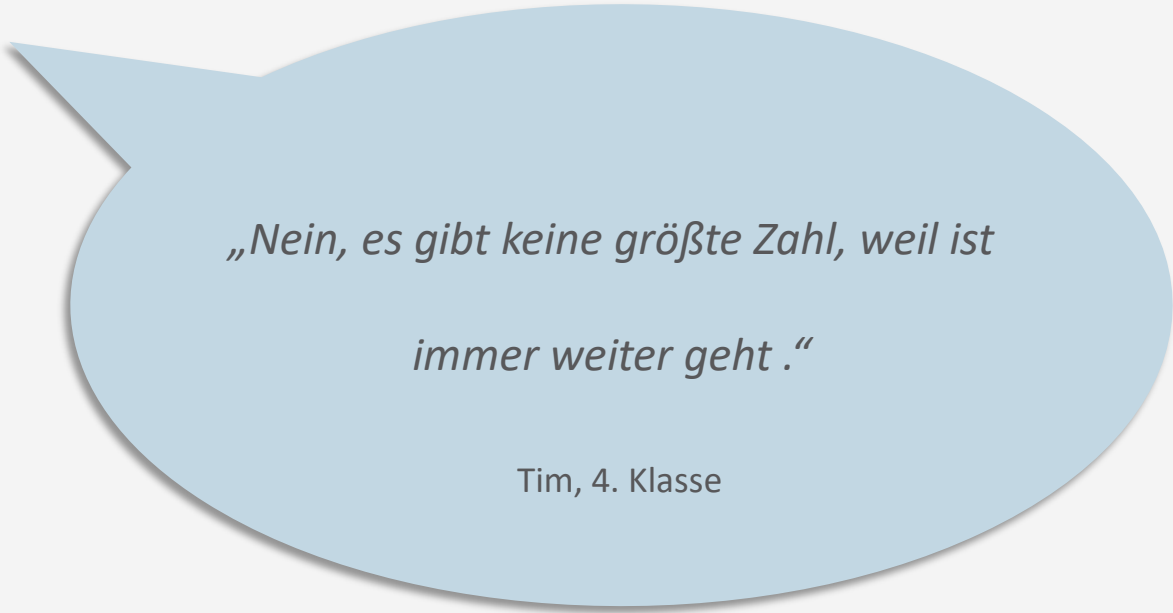
Intuitive kindliche Begriffskonstruktionen zu „unendlich“

- Iteration
- Metaphysisch
- Ziffernaspekt
- Formalsymbolisch
- Größenvorstellung

(Dötschel 2011, S. 208)

Intuitive kindliche Begriffskonstruktionen zu „unendlich“

- 0 Iteration**
- 0 Metaphysisch
- 0 Ziffernaspekt
- 0 Formalsymbolisch
- 0 Größenvorstellung

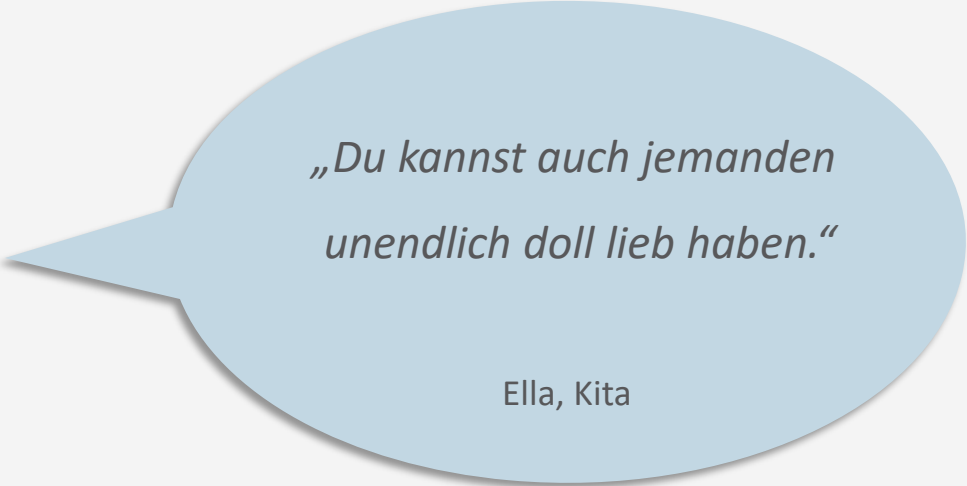


*„Nein, es gibt keine größte Zahl, weil ist
immer weiter geht.“*

Tim, 4. Klasse

Intuitive kindliche Begriffskonstruktionen zu „unendlich“

- o Iteration
- o **Metaphysisch**
- o Ziffernaspekt
- o Formalsymbolisch
- o Größenvorstellung



*„Du kannst auch jemanden
unendlich doll lieb haben.“*

Ella, Kita

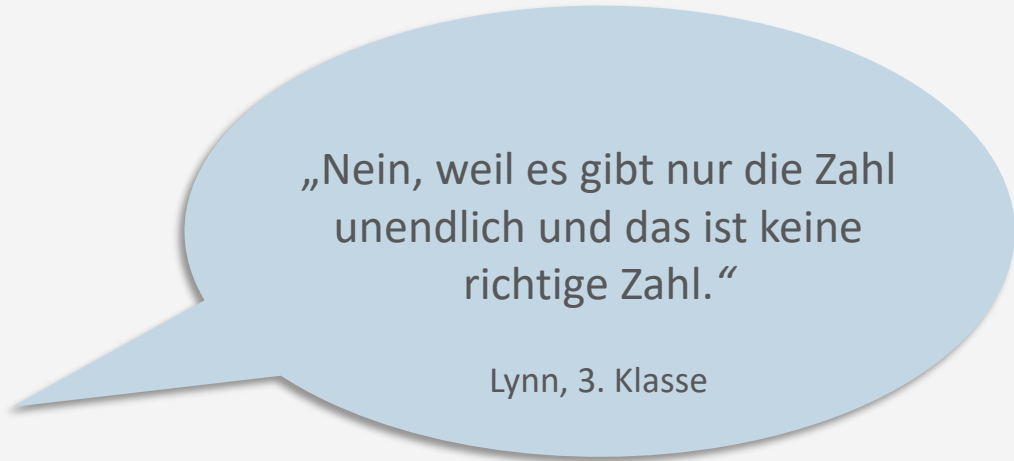
Intuitive kindliche Begriffskonstruktionen zu „unendlich“

- o Iteration
- o Metaphysisch
- o Ziffernaspekt
- o Formalsymbolisch**
- o Größenvorstellung



Intuitive kindliche Begriffskonstruktionen zu „unendlich“

- Iteration
- Metaphysisch
- Ziffernaspekt
- Formalsymbolisch
- **Größenvorstellung**



„Nein, weil es gibt nur die Zahl
unendlich und das ist keine
richtige Zahl.“

Lynn, 3. Klasse

Intuitive kindliche Begriffskonstruktionen zu „unendlich“

- O Iteration**
- ☐ Metaphysisch
- ☐ Ziffernaspekt
- ☐ Formalsymbolisch
- ☐ Größenvorstellung
- O Begründungslos**
- O Fehlvorstellung**

„Nein.“

Levin, 3. Klasse

„Ja. Diese Zahl heißt
999999999999999999.“

Elea, 4. Klasse

Intuitive kindliche Begriffskonstruktionen zu „unendlich“

	Mathematisch begabte und interessierte Kinder	Kontrollgruppe (Kinder einer Regelschulklasse)
☐ Iteration	1	8
☐ Metaphysisch	-	-
☐ Ziffernaspekt	1	-
☐ Formalsymbolisch	4	-
☐ Größenvorstellung	1	-
☐ Begründungslos	3	11
☐ Fehlvorstellung	-	15

Intuitive kindliche Begriffskonstruktionen zu „unendlich“

Erste vorläufige Ergebnisse:

- Die Frage nach einer größten Zahl hat für Kinder eine Relevanz in ihrer Lebenswelt.
- Mathematisch begabte Kinder weisen intuitive Begriffskonstruktionen zu „unendlich“ auf.
- Mathematisch begabte Kinder begründen ihre Begriffskonstruktion eigenständig und nachvollziehbar.
- Begriffskonstruktionen mathematisch begabter Kinder weisen eine große Vielfalt auf.
- Begriffskonstruktionen mathematisch begabter Kinder unterliegen keinen Fehlvorstellungen.

→ Vermutung, dass sich intuitive Begriffskonstruktionen zu „unendlich“ bei mathematisch begabten Kindern schon sehr früh entwickeln und stabil bleiben

Intuitive kindliche Begriffskonstruktionen zu „unendlich“

- ☐ Iteration
- ☐ Metaphysisch
- ☐ Ziffernaspekt
- ☐ Formalsymbolisch
- ☐ Größenvorstellung
- ☐ Begründungslos
- ☐ Fehlvorstellung

Inwieweit lassen sich Ihre Begriffskonstruktionen zu „unendlich“ den Kategorien zuordnen?



Intuitive Begriffskonstruktionen

Wertung intuitiver Theoriekonstrukte:

- Lehrkräfte sollten intuitive Begriffsbildungen als konstruktiv gewachsene & individuell geprägte Erkenntnisse einordnen
- Meist alternative Denkweisen und nicht faktische „Fehler“
- Korrektur nur möglich, wenn Gesamtsystem des Wissensnetzes verändert wird (zeitlich längerer Prozess)
- Wichtig, die intuitiven Theorien der Kinder zu verstehen und gemeinsam mit den Kindern in der Interaktion neues Wissen konstruieren, vertiefen, verändern. Keine „Insturierung“

(Käpnick 2018, S. 84f.)

Gliederung

1. Gedankenaustausch: Gibt es eine größte Zahl?
2. Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik
3. Begabungsförderung im „Mathe für kleine Asse“-Projekt
 - 3.1 Mathematische Begabungen
 - 3.2 Das Projekt „Mathe für kleine Asse“
 - 3.3 Studie: Intuitive Begriffskonstruktionen
4. **Praxisbeispiel**
5. Fazit und Ausblick

Praxisbeispiel: Viel zu viele

Offene substanzielle Problemaufgaben

Anforderungen an die Aufgaben:

- Vorgabe eines motivierenden, leicht verständlichen Ausgangsproblems
- realistische Chancen für alle Kinder, erfolgreich zu lernen
- reichhaltige mathematische Substanz
- Offenheit bzgl. der Wahl von Lösungswegen, von Lernmitteln, der Organisationsform, der Lösungsdarstellung
- Möglichkeiten zum Mathematiktreiben (Finden von Anschlussproblemen)

(Käpnick 2014)

Offene substanzielle Problemaufgaben

Anforderungen an die Lehrperson:

- Vertrauen in die Problemlösekompetenzen aller Kinder haben
- „Kunst der pädagogischen Zurückhaltung“ beherzigen
- Kindern zubilligen, selbst über ihre Organisationsform, über die Nutzung von Arbeitsmaterialien, über ihren Lösungsweg, die Lösungsdarstellung, etc. zu entscheiden
- Kindern beim Finden und Entwickeln ihrer individuell bevorzugten Problemlösestile helfen
- ausreichend Zeit für die Phase der Problembearbeitung sowie der Ergebnispräsentation und -diskussion einplanen

(Käpnick 2014)

Praxisbeispiel: Viel zu viele

Auswahl offener substanzieller Problemaufgaben:

- Möbiusband
- Käferexperiment
- Kochsche Schneeflocke
- Spiegelexperiment
- Wasser teilen

Erkunden Sie die verschiedenen Aufgaben.
Welche Potenziale bieten die Aufgaben in
der Auseinandersetzung mit dem Thema
unendlich?

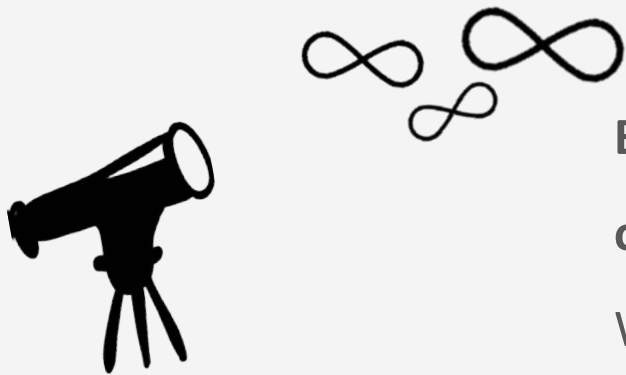


Gliederung

1. Gedankenaustausch: Gibt es eine größte Zahl?
2. Zum Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik
3. Begabungsförderung im „Mathe für kleine Asse“-Projekt
 - 3.1 Mathematische Begabungen
 - 3.2 Das Projekt „Mathe für kleine Asse“
 - 3.3 Studie: Intuitive Begriffskonstruktionen
4. Praxisbeispiel
5. **Fazit und Ausblick**

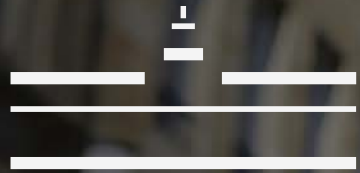
Fazit und Ausblick

- Eine Antwort auf die Frage „Gibt es eine größte Zahl?“ ist vielschichtig und faszinierend zugleich
- Kinder sind neugierig auf große Fragen und benötigen dabei kompetente Lernbegleiter
- Offene substanzielle Problemaufgaben bilden eine Möglichkeit alle Kinder gemäß ihren individuellen Potenzialen und Bedarfen zu fördern



Bleiben Sie neugierig und erkundungsfreudig, wenn Sie mit Kindern überlegen, ob es eine größte Zahl gibt. Diese Suche kann unendlich lang sein 😊

Wir freuen uns über Rückmeldungen zu Ihren Erfahrungen aus der Praxis.



WWU
MÜNSTER

Wir sagen Danke für Ihre Aufmerksamkeit!



Literatur

- Behrends, E. (2013): *Fünf Minuten Mathematik. 100 Beiträge der Mathematik-Kolumne der Zeitung DIE WELT*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Benölken, R; Gorski, H-J; Müller-Philipp, S. (2017): *Leitfaden Arithmetik. Für Studierende der Lehrämter* (7. Auflage). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Beutelspacher, A. (2015): *Wie man in eine Seifenblase schlüpft. Die Welt der Mathematik in 100 Experimenten*. München: Verlag C. H. Beck.
- Beutelspacher, A. (2016): *Kleines Mathematikum. Die 101 wichtigsten Fragen und Antworten zur Mathematik* (4. Auflage). München: Verlag C. H. Beck.
- Brüning, A.-K. (2018): *Das Lehr-Lern-Labor „Mathe für kleine Asse“. Untersuchungen zu Effekten der Teilnahme auf die professionellen Kompetenzen der Studierenden*. Münster: WTM.
- Dötschel, D. (2011): *Zum Verständnis der Unendlichkeit im Mathematikunterricht*. In: Haug, R.; Holzapfel, L. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht*. S. 207-210.
- Drösser, Ch. (2017): *Wie groß ist unendlich? Knobelgeschichten und Denkspiele aus dem Zahlenuniversum* (7. Auflage). Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.
- Fuchs, M. & Käpnick, F. (2009): *Mathe für kleine Asse. Empfehlungen zur Förderung mathematisch interessierter und begabter Kinder im 1. und 2. Schuljahr*. Band 2. Berlin: Cornelsen.
- Käpnick, F. (1998): *Mathematisch begabte Kinder*. Frankfurt: Peter Lang.
- Käpnick, F. (2001): *Mathe für kleine Asse. Empfehlungen zur Förderung mathematisch interessierter und begabter Kinder im 3. und 4. Schuljahr*. Berlin: Cornelsen.
- Käpnick, F. (2014): *Mathematiklernen in der Grundschule*. Berlin: Springer Spektrum.
- Käpnick, F. (2016): Münstersche Studien zu mathematisch begabten Kindern in verschiedenen Altersbereichen. In: Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Hochschule
- Käpnick, F. (2018): Formatives Assessment – ein wertvolles didaktisches Mittel zum Erkennen und Fördern mathematisch begabter Kinder. In: ÖZBF (Hrsg.): *Wege in der Begabungsförderung in Mathematik*. Abrufbar unter: <https://www.oezbf.at/wp-content/uploads/2018/07/Methodensammlung-Mathematik-2.pdf>.
- Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 1347-1348). Münster: WTM.
- Käpnick, F. (2018): *Formatives Assessment – ein wertvolles didaktisches Mittel zum Erkennen und Fördern mathematisch begabter Kinder*. In: ÖZBF (Hrsg.). *Wege in die Begabungsförderung*. Salzburg: ÖZBF.
- Käpnick, F. & Fuchs, M. (2006): „Modell mathematischer Begabungsentwicklung im Grundschulalter“. In: Fuchs, M. (2006). *Vorgehensweisen mathematisch potentiell begabter Dritt- und Viertklässler beim Problemlösen*. Dissertation. Berlin: LIT.
- Meyer, K. (2015): *Mathematisch begabte Kinder im Vorschulalter*. Münster: WTM.
- Modler, F.; Kreh, M. (2014): *Tutorium Analysis 1 und Lineare Algebra 1* (3. Auflage). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Sjuts, B. (2017): *Mathematisch begabte Fünft- und Sechstklässler*. Münster: WTM.