Erwin Rauscher

Dynamische Mathematik mit GeoGebra

Amstetten, 30. März 2009

„Kinder brauchen Märchen" – die Älteren von Ihnen erinnern sich gewiss noch mit mir an dieses epochale Buch von Bruno Bettelheim.

Ein herzliches Grüß Gott Ihnen allen hier in Amstetten auf einer der wirklich so zahlreichen und so engagiert betreuten PH-Veranstaltungen im Themenfeld Mathematik/Informatik, und jede steht zeitgeistig und schulnah unter dem kleinen e. Jede Veranstaltung muss der kleine e – E wie Erwin Rauscher – eröffnen, und jedes Mal braucht er dafür eine neue Idee. Für heute ist mir unser Moderator und VR Kurt Allabauer zu Hilfe gekommen: Denn – lieber Kurt – von dir weiß ich – du liebst mehr die Märchen als die Mathematik! Und so hast du vor wenigen Tagen eine große Ausschreibung gemacht und die PH hat für den 1. April – und das ist kein Aprilscherz – den großen Märchenerzähler Folke Tegetthoff nach Baden eingeladen. Also erzähle ich dir – und Ihnen allen – heute zur Eröffnung einfach ein Märchen. Für Kurt kann dieses Märchen natürlich nur von einer Prinzessin handeln.

Diese hübsche Prinzessin befindet sich in der Mitte eines exakt kreisförmigen Sees. Und sie will ans Ufer, um ganz rasch am 1. April zu Allabauers Märchenstunde zu kommen. Aber am Ufer, knapp außerhalb des Sees, wartet eine gefährliche Hexe auf sie. Die Prinzessin muss es schaffen, aus dem Wasser zu kommen, ohne dass die Hexe sie fangen kann. Ihr Problem aber ist: Die Hexe kann zwar nicht schwimmen, aber 4-mal so schnell laufen, wie die Prinzessin schwimmen kann. Und diese Hexe bemüht sich natürlich, immer möglichst dicht an der Prinzessin dran zu bleiben. Wie schafft es also die Prinzessin, aus dem See heraus zu kommen, ohne von der Hexe erwischt zu werden, um übermorgen bei Kurt Allabauer und Folke Tegetthoff zu sein? Na ja, in dieser Runde edler Mathematiker wird natürlich jeder von Ihnen, um die Aufgabenstellung zu vereinfachen, den Kreisradius des Sees auf 1 setzen.

Mit der Überlegung, wie weit die Prinzessin höchstens geradeaus nach Osten zum Ufer zu schwimmen hat, wenn die Hexe von Westen am gegenüberliegenden Seeufer losläuft und also exakt eine Strecke π (2rπ/2 mit r=1) zurücklegen muss, kommt man für die Prinzessin als Strecke zu π/4, also rund 0,79. Die Hexe läuft ja 4x schneller als die Prinzessin schwimmt. Die Prinzessin müsste also von der Mitte aus rund 21% der Strecke (1 minus 0,79) hin zum östlichen Ufer bereits zurückgelegt haben, während die Hexe immer noch oder eben wieder am gegenüberliegenden westlichen Ende ist. Dann kann sie es schaffen. Und das geht sogar wirklich: Wenn nämlich die Prinzessin diese 0,21-Schwimmstrecke zurücklegt und dann kleine Kreise mit 0,21 Radius um den Mittelpunkt schwimmt, während ihr die Hexe am Ufer des Sees mit Radius 1 nachläuft, hat sie eine etwas höhere Winkelgeschwindigkeit als die Hexe – ihr ganzer Schwimmkreis-Weg ist ja nur 2 * 0,21 * π. Sie schwimmt also genau so lange, bis sie die Hexe um eine halbe Runde abgehängt hat und dann schnurstracks und geradewegs ans Ufer! Ganz bestimmt läuft sie von dort aus mehr als 4-mal schneller als sie schwimmt und deshalb von der Hexe uneinholbar natürlich in Richtung Kurt!

Liebe KollegInnen! Sie haben gewiss alle die gar nicht so ganz einfach zu lösende geometrische Knobelaufgabe verstanden, und Sie wissen auch, wie schwierig es unseren SchülerInnen fällt, sich eine solche geometrische Aufgabe ohne jede Grafik oder wenigstens Skizze vorzustellen. Dazu jetzt ein Zitat über die Geometrie: *„Unter allen Zweigen menschlicher Wissenschaft giebt es keine zweite, die gleich ihr fertig, wie eine erzgerüstete Minerva aus dem Haupte des Zeus, hervorgesprungen erscheint, keine vor deren vernichtender Aegis Widerspruch und Zweifel so wenig ihre Augen aufzuschlagen wagten. Dabei fällt ihr in keiner Weise die mühsame und langwierige Aufgabe zu, Erfahrungstatsachen sammeln zu müssen, wie es die Naturwissenschaften im engeren Sinne zu thun haben, sondern die ausschliessliche Form ihres wissenschaftlichen Verfahrens ist die Deduction. Schluss wird aus Schluss entwickelt, und doch zweifelt schliesslich Niemand von gesunden Sinnen daran, dass diese geometrischen Sätze ihre sehr praktische Anwendung auf die uns umgebende Wirklichkeit finden müssen. Die Feldmesskunst wie die Architektur, die Maschinenbaukunst wie die mathematische Physik, sie berechnen fortdauernd Raumverhältnisse der verschiedensten Art nach geometrischen Sätzen; sie erwarten, dass der Erfolg ihrer Constructionen und Versuche sich diesen Rechnungen füge, und noch ist kein Fall bekannt geworden, wo sie sich in dieser Erwartung getäuscht hätten …"* Der Autor ist niemand geringerer als Hermann von Helmholtz, und er hat diesen seinen Vortrag *„Ueber den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome"* gehalten „im Docentenverein zu Heidelberg" anno 1870. (Seine wirklich spannenden Reden sind neu herausgegeben von der Uni Heidelberg 2007.)

Damit versuche ich zwei Aspekte zu zeigen: Zum Einen, dass die Ideen und Ideale der Geometrie so alt sind wie die Philosophie selbst. Geometrie wurde quasi zur Anwendung der phänomenalen Welt faktischer oder wenigstens möglicher menschlicher Erfahrung erfunden. Die Fiktionen der mathematischen Geometrie haben seit je her die faktische Verifizierbarkeit überschritten. Und das Ende der Anschaulichkeit in der Schule heißt … Mathematik. Das jedenfalls war jahrhundertelang nicht ganz zu Unrecht der Vorwurf. Denn die Anschaulichkeit ist nichts mehr und weniger als die entlarvte Theorie. Anschaulichkeit ist Theorie mit lächelndem Gesicht. Carl Friedrich Gauß – wir alle kennen ihn und seine Geschichten der Mathematik – Gauß also hat ein Dreieck – Hoher Hagen bei Göttingen, Brocken im Harz und Inselsberg im Thüringer Wald – exakt vermessen, um anschaulich zu sehen, ob seine Winkelsumme auch wirklich 180 Grad ist.

Heute haben wir für die Anschaulichkeit den Personal Computer. Und *Cyberspace* ist gleichsam ein Name für die Haptik, für die haptische Wahrnehmung als virtuelle Realität. Und für die Geometrie gibt es Geogebra, um schwimmende Prinzessinnen zu beschützen, um den gestirnten Himmel über uns anschaulich begreifen zu können, beginnend mit der Winkelsumme im Dreieck. Geometrie in Buchform zu bringen ist schwierig: Viele Geometrie-Bücher enthalten nur wenige Abbildungen. Doch mit Geogebra wird sie durchsichtig und einsichtig.

Diese neue Geometrie der Anschaulichkeit braucht
➔ Authentizität: Die verwendeten Technik muss ein korrektes Abbild der theoretischen Begriffe liefern.
Sie braucht
➔ Experimentierfähigkeit: Es darf keine künstlichen oder technisch begründeten Grenzen geben, die Experimente verhindern.
Sie braucht
➔ Angemessenheit: Der Einsatz der neuen Medien muss einen didaktischen Mehrwert bieten, der nicht mit herkömmlichen Methoden erreichbar ist: kein Computereinsatz um des Computers willen. Schülermotivation soll der didaktische Mehrwert sein!
Wir brauchen
➔ die Förderung von Verbalisierung:
Unsere SchülerInnen sollen lernen, sich fachsprachlich und natürlich-sprachlich gewandt auszudrücken.
Geometrie-Unterricht braucht
➔ Multidimensionalität:
Die Werkzeuge sollen verschiedene Sicht- und Herangehensweisen unterstützen, um mehrere Lernebenen zu bieten und unterschiedliche Lerntypen zu adressieren.
Und er braucht
➔ Tradierbarkeit:
Gewonnene Erkenntnisse und Ergebnisse sollen in angemessener Form und ohne Zeitaufwand festgehalten und weitergegeben werden können.

Wie dynamisch das mit Geogebra funktioniert, wird uns heute Herr Hohenwarter in voller Anschaulichkeit erklären und vorführen – und das ist kein Aprilscherz und kein Märchen!

Ich danke dafür und ich freu‘ mich drauf. Und vielleicht sehen wir uns übermorgen oder bald einmal wieder, bei Kurt Allabauers Prinzessin in Baden!

© Univ.-Prof. HR MMag. DDr. Erwin Rauscher // Pädagogische Hochschule NÖ, Mühlgasse 67, 2500 Baden // 0 664 46 77 122 // erwin.rauscher@ph-noe.ac.at